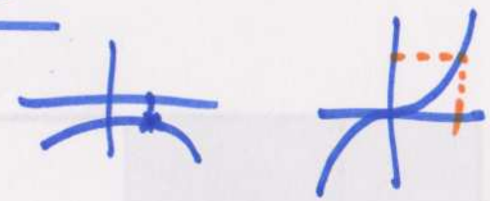
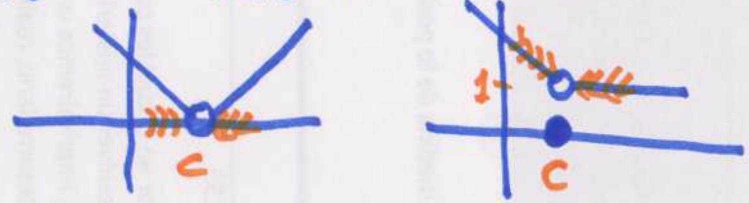
Continuidad en un punto

$\lim\limits_{x \to c^-} f(x) = \lim\limits_{x \to c^+} f(x) = f(c) \Rightarrow$ **CONTINUA**



Si no $\Rightarrow$ **DISCONTINUA**

- $\lim\limits_{x \to c^-} f(x) = \lim\limits_{x \to c^+} f(x) = L \neq f(c) \Rightarrow$ **EVITABLE**



- Si no $\Rightarrow$ **INEVITABLE**
  - Si al menos uno de los límites es $\pm\infty$ **DE SALTO INTINITO**

  - Si los 2 límites son números **DE SALTO FINITO**

salto = 2

Estudia la continuidad de la siguiente función $f(x) = \dfrac{x-1}{2x^2-2}$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$2x^2 - 2 = 0 \longrightarrow x^2 = 2/2 = 1 \longrightarrow x = \pm 1$

$f(x)$ es continua en $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

en $x = -1$

$f(-1) = \dfrac{-2}{0} \nexists \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x-1}{2x^2-2} = \left[\dfrac{-2}{0^+}\right] = -\infty$

discontinuidad inevitable de salto infinito

$\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x-1}{2x^2-2} = \left[\dfrac{-2}{0^-}\right] = +\infty$

en $x = 1$

$f(1) = \dfrac{0}{0} \nexists \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x-1}{2x^2-2} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{\cancel{x-1}}{2\cancel{(x-1)}(x+1)} = \dfrac{1}{4}$

$\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x-1}{2x^2-2} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x-1}{2(x-1)(x+1)} = \dfrac{1}{4}$

discontinuidad evitable.

Estudia la continuidad de la siguiente función $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x < 2 \\ x+1 & \text{si } 2 \boxed{\leq} x \boxed{\leq} 3 \\ 2-x & \text{si } x > 3 \end{cases}$

$f(x)$ es continua en $\mathbb{R} - \{2, 3\}$

$\underline{x=2}$

$f(2) = 2+1 = 3$

$\lim_{x \to 2^-} 2x-1 = 3$

$\lim_{x \to 2^+} x+1 = 3$

$f(x)$ es continua en $x = 2$

$\underline{x=3}$

$f(3) = 3+1 = 4$

$\lim_{x \to 3^-} x+1 = 3+1 = 4$

$\lim_{x \to 3^+} 2-x = 2-3 = -1$

$f(x)$ es discontinua inevitable de salto finito.

Salto $= 4 - (-1) = 5$ u.

$f(x)$ es continua $\mathbb{R} - \{3\}$ y en $x=3$ es discontinua inevitable de salto finito.

Calcula el valor de a y b para que $f(x)$ sea continua en todos los reales, con $f(x) = \begin{cases} ax+1 & x < -3 \\ 4 & -3 \leq x \leq 1 \\ x-b & x > 1 \end{cases}$

$f(x)$ es continua en $\mathbb{R} - \{-3, 1\}$

$x = -3$

$f(-3) = 4$

$\lim_{x \to -3^-} ax+1 = -3a+1$

$\lim_{x \to -3^+} 4 = 4$

para que $f(x)$ sea continua en $x=-3$

$\boxed{-3a+1=4}$

$x = 1$

$f(1) = 4$

$\lim_{x \to 1^-} 4 = 4$

$\lim_{x \to 1^+} x-b = 1-b$

para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$

$\boxed{4 = 1-b}$

$$\begin{cases} -3a+1 = 4 \longrightarrow a = \frac{4-1}{-3} = \frac{3}{-3} = -1 \\ 4 = 1-b \longrightarrow b = 1-4 = -3 \end{cases}$$

Si $a=-1$ y $b=-3$ $f(x)$ es continua en todos los reales.